Dokładna wartość π Nigdy nie poznamy dokładnej wartości π, ponieważ jest to liczba niewymierna, co w 1768 roku udowodnił szwajcarski uczony Johann Lambert. Jej rozwinięcie dziesiętne jest nieskończone i nie widać w nim żadnego przewidywalnego wzorca. Oto pierwszych 20 miejsc po przecinku: 3,14159265358979323846... Stosowana przez chińskich matematyków wartość $\sqrt{10}$ to 3,16227766016837933199 i taką wartość przyjął Brahmagupta około 500 roku n.e. Jest to nieco lepsze przybliżenie niż okrągła liczba 3, lecz różni się od rzeczywistej wartości π już na drugim miejscu po przecinku.

Do wyznaczenia wartości π można użyć szeregów liczbowych. Znany wzór podaje następujące przybliżenie:

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \ldots,$$

ale otrzymana suma zbliża się do π niezwykle wolno, przez co wzór ten zupełnie nie nadaje się do obliczeń. Euler znalazł piękny szereg zbieżny do π:

$$\frac{\pi^2}{6} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \ldots$$

Geniusz-samouk Srinivasa Ramanujan odkrył kilka zachwycających wzorów przybliżających wartość π. Wzór odwołujący się jedynie do pierwiastka kwadratowego z 2 wygląda następująco:

$$\frac{9801}{4412}\sqrt{2} = 3{,}141592\underline{7}300133056603139961890\ldots$$

Liczba π fascynuje matematyków. Lambert udowodnił, że nie może ona być ułamkiem, natomiast w 1882 roku niemiecki matematyk Ferdinand von Lindemann rozwiązał najciekawszy problem dotyczący liczby π. Wykazał mianowicie, że π jest „przestępna", co znaczy, że nie jest rozwiązaniem żadnego równania algebraicznego* (równania, w którym występu-

* O współczynnikach wymiernych (przyp. tłum.)

1706
William Jonse wprowadza do użytku symbol π.

1761
Lambert dowodzi, że π jest liczbą niewymierną.

1882
Lindemann dowodzi, że π jest liczbą przestępną.

ją tylko potęgi niewiadomej *x*). Rozwiązując ten „problem stuleci", Lindemann zamknął również kwestię kwadratury koła. Zadanie polegało na tym, by dla danego koła skonstruować kwadrat o tym samym polu, korzystając jedynie z cyrkla i linijki bez skali. Lindemann wykazał ostatecznie, że taka konstrukcja jest niewykonalna. Dzisiaj zwrot „kwadratura koła" oznacza coś absolutnie niemożliwego.

Obliczanie dokładnej wartości π postępowało coraz szybciej. W 1853 roku William Shanks ogłosił jej poprawną wartość aż do 607. miejsca po przecinku (choć w rzeczywistości zgodność kończyła się na 527. miejscu). We współczesnych czasach poszukiwanie coraz dokładniejszego rozwinięcia liczby π nabrało znacznego przyspieszenia dzięki technice komputerowej. W 1949 roku obliczono π z dokładnością do 2037. miejsca po przecinku, co zajęło 70 godzin pracy komputera ENIAC. Do 2002 roku obliczono π do porażającego 1 241 100 000 000. miejsca po przecinku, ale ogon liczby π wciąż przyrasta. Gdybyśmy stanęli na równiku i zaczęli spisywać rozwinięcie π, wynik Shanksa zająłby „aż" 14 metrów, natomiast długość rozwinięcia z 2002 roku pozwoliłaby opasać kulę ziemską 62 razy!*

Zadano już wiele pytań na temat π, udzielono też wielu odpowiedzi. Czy cyfry liczby π są rozmieszczone losowo? Czy można znaleźć w jej rozwinięciu każdy dowolnie zadany ciąg cyfr? Na przykład, czy w rozwinięciu występuje fragment 0123456789? W latach 50. XX wieku odpowiedź wydawała się pozostawać poza zasięgiem człowieka. Wśród znanych 2000 cyfr rozwinięcia nikt takiego ciągu nie odnalazł. L.E.J. Brouwer, wybitny matematyk holenderski, uznał pytanie za pozbawione sensu, gdyż wierzył, że odpowiedź jest poza naszym doświadczeniem. Jednak w 1997 roku odnaleziono te cyfry; szukany ciąg zaczyna się na 17 387 594 880. miejscu po przecinku lub, posługując się przenośnią z długością równika, około 5000 km przed końcem pierwszej rundy dookoła świata. Dziesięć szóstek obok siebie można znaleźć przed przejechaniem 1000 km, jednak całej rundy i jeszcze prawie 5800 km potrzeba, by trafić na dziesięć siódemek.

* Ze strony http://www.numberworld.org/y-cruncher/ można ściągnąć program obliczający kolejne cyfry rozwinięcia π. Obecnie (2019 r.) potwierdzono obliczenie 31,4 biliona cyfr po przecinku (przyp. konsultanta).